

Visualizzazione del teorema del valore medio di Lagrange

- Note

- Autore

Claudio Marsan
Liceo Cantonale di Mendrisio
Via Agostino Maspoli
CH-6850 Mendrisio
e-mail: claudio.marsan@liceomendrisio.ch

- Versione

versione: 2.0
data: 14 marzo 2003
Maple: Maple V Release 6.02 for Windows 2000



Teorema del valore medio di Lagrange

La funzione $f(x)$ sia continua nell'intervallo $[a, b]$ e derivabile nell'intervallo $]a, b[$. Allora esiste un valore

ξ nell'intervallo $]a, b[$ con $f'(\xi) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$.

La procedura **tvm** permette, dati la funzione $f(x)$, a , b , e un intervallo adeguato contenente l'intervallo $[a, b]$ di visualizzare il grafico di $f(x)$, il grafico della secante per $(a, f(a))$ e $(b, f(b))$ e una retta che si muove parallelamente alla secante.

- Definizione della procedura **tvm**

```
> tvm := proc(f::procedure, a::algebraic, b::algebraic,
xr::range, d::posint)
local m, r, xmin, xmax, titolo, gra, grb, gr1, gr2;
  if a = b then
    ERROR(`Le due ascisse non sono distinte!`);
  end if;
  if a < op(1,xr) then xmin := a-(b-a)*0.1; else xmin :=
op(1,xr); end if;
  if b > op(2,xr) then xmax := b+(b-a)*0.1; else xmax :=
op(2,xr); end if;
  m := (f(b) - f(a))/(b - a);
  r := m * (x - a) + f(a);
  gra := plot([[a,0], [a,f(a)]], x=xmin..xmax,
color=magenta, linestyle=2);
  grb := plot([[b,0], [b,f(b)]], x=xmin..xmax,
```

```

color=magenta, linestyle=2);
  gr1 := plot([f(x), r], x=xmin..xmax, color=[red,
magenta], title=`Teorema del valore medio di Lagrange`):
  gr2 := plots[animate](r+t, x=xmin..xmax, t=-d..d,
color=blue, frames=50):
  print(`xi` = solve(diff(f(x), x) = m, x));
  plots[display]([gra, grb, gr1, gr2]);
end;

```

tvm := **proc**(f:procedure, a:algebraic, b:algebraic, xr:range, d:posint)

local m, r, xmin, xmax, titolo, gra, grb, gr1, gr2;

if a = b **then** ERROR(`Le due ascisse non sono distinte!`) **end if**;

if a < op(1, xr) **then** xmin := 1.1*a - .1*b **else** xmin := op(1, xr) **end if**;

if op(2, xr) < b **then** xmax := 1.1*b - .1*a **else** xmax := op(2, xr) **end if**;

m := (f(b) - f(a)) / (b - a);

r := m*(x - a) + f(a);

gra := plot([[a, 0], [a, f(a)]], x = xmin .. xmax, color = magenta, linestyle = 2);

grb := plot([[b, 0], [b, f(b)]], x = xmin .. xmax, color = magenta, linestyle = 2);

gr1 := plot([f(x), r], x = xmin .. xmax, color = [red, magenta],

title = `Teorema del valore medio di Lagrange`);

gr2 := plots[animate](r + t, x = xmin .. xmax, t = -d .. d, color = blue, frames = 50);

print(ξ = solve(diff(f(x), x) = m, x));

plots[display]([gra, grb, gr1, gr2])

end proc

— Un esempio

```
> f := x -> 2*x^2 - 7*x + 10; a := 2; b := 5;
```

$$f := x \rightarrow 2x^2 - 7x + 10$$

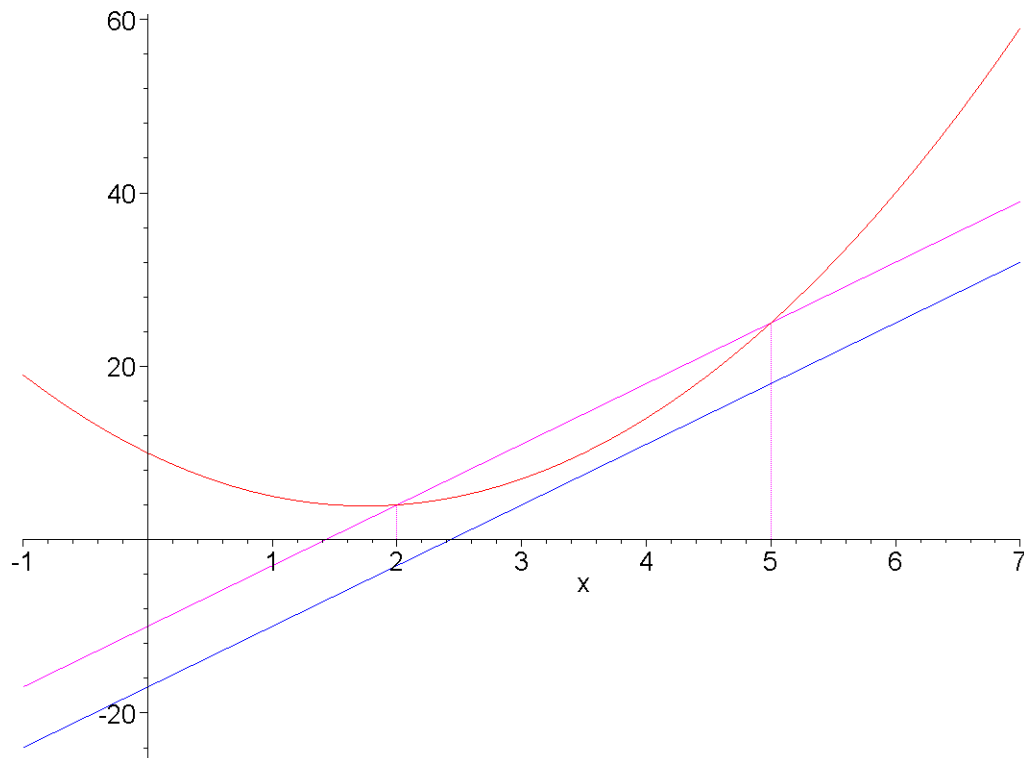
$$a := 2$$

$$b := 5$$

```
> tvn(f, a, b, -1..7, 7);
```

$$\xi = \frac{7}{2}$$

Teorema del valore medio di Lagrange



- Il teorema di Rolle come caso particolare

```
> f := x -> x^2 - 8*x + 3; a := 1; b := 7;  
      f:=x → x2 - 8x + 3  
      a := 1  
      b := 7  
> if (f(a) = f(b)) then  
      print(`Teorema di Rolle applicabile!`)  
else  
      print(`Teorema di Rolle non applicabile!`);  
end if;  
      Teorema di Rolle applicabile!  
> tvm(f, a, b, -1..9, 10);  
      ξ = 4
```

Teorema del valore medio di Lagrange

