

# Studio di funzioni razionali P(x)/Q(x)

Autore: Claudio Marsan

Ultima modifica: 16 marzo 2003

Versione: Maple V release 6.02 for Windows

> **restart;**

## 1. STUDIO INTERATTIVO

La funzione razionale da studiare:

> **f := x -> (-4\*x^2 + 3\*x)/(x - 1);**

$$f := x \rightarrow \frac{-4x^2 + 3x}{x - 1}$$

Determiniamo i punti di discontinuità della funzione:

> **solve(denom(f(x)) = 0, x);**

1

Determiniamo gli zeri della funzione:

> **solve(f(x) = 0, x);**

0,  $\frac{3}{4}$

Ordinata all'origine:

> **f(0);**

0

La funzione non è pari:

> **normal(eval(f(x) - f(-x)));**

$$-2 \frac{x(4x^2 - 3)}{(x - 1)(x + 1)}$$

La funzione non è dispari:

> **normal(eval(-f(x) - f(-x)));**

$$2 \frac{x^2}{(x - 1)(x + 1)}$$

Intervalli in cui la funzione è positiva:

> **solve(f(x) > 0, x);**

$$\text{RealRange}(-\infty, \text{Open}(0)), \text{RealRange}\left(\text{Open}\left(\frac{3}{4}\right), \text{Open}(1)\right)$$

Intervalli in cui la funzione è negativa:

> **solve(f(x) < 0, x);**

$$\text{RealRange}\left(\text{Open}(0), \text{Open}\left(\frac{3}{4}\right)\right), \text{RealRange}(\text{Open}(1), \infty)$$

Asintoto orizzontale:

> **limit(f(x), x = infinity);**

$-\infty$

Asintoto obliquo  $y = mx + q$ :

```
> m := limit(f(x)/x, x = infinity);
```

$$m := -4$$

```
> q := limit(f(x) - m*x, x = infinity);
```

$$q := -1$$

La derivata di f(x):

```
> f1 := D(f);
```

$$f1 := x \rightarrow \frac{-8x+3}{x-1} - \frac{-4x^2+3x}{(x-1)^2}$$

```
> factor(f1(x));
```

$$-\frac{(2x-1)(2x-3)}{(x-1)^2}$$

Intervalli in cui la funzione è crescente:

```
> solve(f1(x) > 0, x);
```

$$\text{RealRange}\left(\text{Open}\left(\frac{1}{2}\right), \text{Open}(1)\right), \text{RealRange}\left(\text{Open}(1), \text{Open}\left(\frac{3}{2}\right)\right)$$

Intervalli in cui la funzione è decrescente:

```
> solve(f1(x) < 0, x);
```

$$\text{RealRange}\left(-\infty, \text{Open}\left(\frac{1}{2}\right)\right), \text{RealRange}\left(\text{Open}\left(\frac{3}{2}\right), \infty\right)$$

Punti critici:

```
> solve(f1(x) = 0, x);
```

$$\frac{1}{2}, \frac{3}{2}$$

La derivata seconda di f(x):

```
> f2 := D(f1);
```

$$f2 := x \rightarrow -8\frac{1}{x-1} - \frac{2(-8x+3)}{(x-1)^2} + \frac{2(-4x^2+3x)}{(x-1)^3}$$

```
> factor(f2(x));
```

$$-2\frac{1}{(x-1)^3}$$

1/2 è un minimo locale. Infatti:

```
> f2(1/2);
```

$$16$$

6 è un massimo locale. Infatti:

```
> f2(6);
```

$$\frac{-2}{125}$$

Intervalli in cui la funzione è concava verso l'alto:

```
> solve(f2(x) > 0, x);
```

$$\text{RealRange}(-\infty, \text{Open}(1))$$

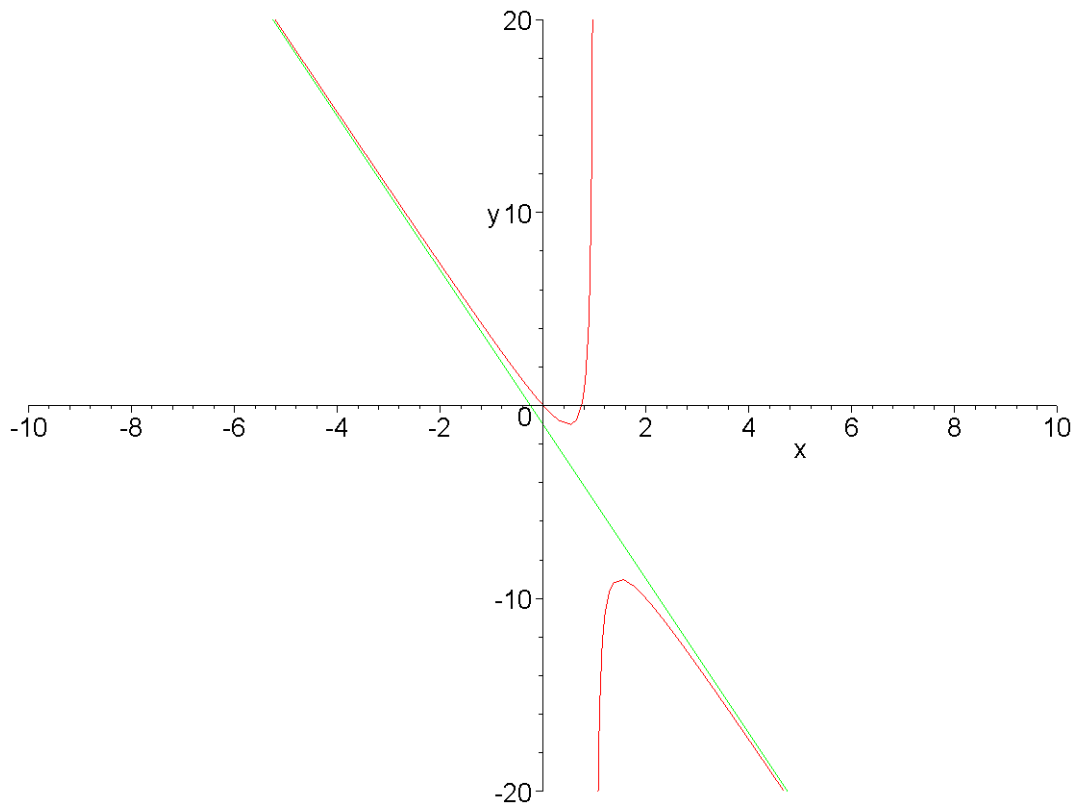
Intervalli in cui la funzione è concava verso il basso:

```
> solve(f2(x) < 0, x);
```

```
RealRange(Open(1), ∞)
```

Il grafico di f(x):

```
> plot({f(x), -4*x - 1}, x = -10..10, y=-20..20, discontin=true);
```



## 2. STUDIO AUTOMATIZZATO

```
> restart;
```

Lettura del file che contiene la procedura per lo studio automatico di funzioni razionali:

```
> read(`i:/maple_6/Studio_di_funzioni/studfunc.mpl6`);
```

La procedura per lo studio automatico delle funzioni razionali opera in modo approssimato.

Bisogna dunque scegliere il numero di cifre desiderato per la rappresentazione dei numeri reali sullo schermo.

```
> Digits := 5;
```

La funzione da studiare:

```
> f := x -> (-4*x^2 + 3*x)/(x - 1);
```

$$f := x \rightarrow \frac{-4x^2 + 3x}{x - 1}$$

Lo studio automatico della funzione:

```
> studio_funzione_razionale(f, x, -10, 10, -20, 20);
```

```
Warning, the name changecoords has been redefined
```

```
-----  
`Punti estranei al dominio della funzione: `  
{ 1. }
```

```
-----  
`Zeri della funzione: `  
{ .75000, 0. }
```

```

-----
`Ordinata all'origine:`
                                0
-----
`La funzione non e' pari`
`La funzione non e' dispari`
-----
`La funzione e' positiva nell'intervallo aperto:`
                                 $-\infty .. 0.$ 
`La funzione e' negativa nell'intervallo aperto:`
                                0... .75000
`La funzione e' positiva nell'intervallo aperto:`
                                .75000 .. 1.
`La funzione e' negativa nell'intervallo aperto:`
                                1..  $\infty$ 
-----
`Asintoti verticali: `
                                 $x = 1.$ 
NULL
-----
`Non ci sono asintoti orizzontali`
-----
`Asintoto obliquo:`
                                 $y = -4x - 1$ 
-----
`La derivata prima della funzione:`
                                
$$-\frac{(2x-1)(2x-3)}{(x-1)^2}$$

-----
`La derivata seconda della funzione:`
                                
$$-2\frac{1}{(x-1)^3}$$

NULL
-----
`Punti critici:`
                                [.50000, -1.0000], [1.5000, -9.0000]
-----
`Minimo locale in:`
                                [.50000, -1.0000]
`Massimo locale in:`
                                [1.5000, -9.0000]
-----
`La funzione e' decrescente nell'intervallo aperto:`
                                 $-\infty .. .50000$ 
`La funzione e' crescente nell'intervallo aperto:`
                                .50000 .. 1.
`La funzione e' crescente nell'intervallo aperto:`
                                1.. 1.5000
`La funzione e' decrescente nell'intervallo aperto:`
                                1.5000 ..  $\infty$ 
-----
`Non ci sono flessi obliqui`

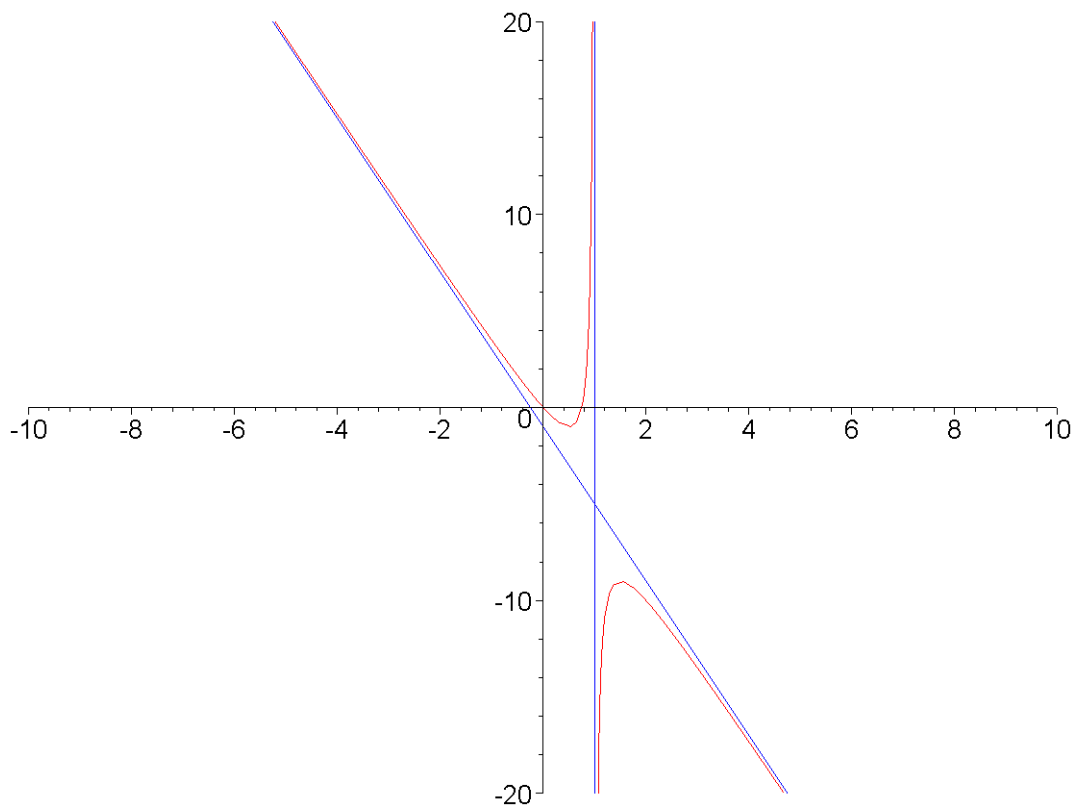
```

La funzione e' convessa nell'intervallo aperto:

$$-\infty .. 1.$$

La funzione e' concava nell'intervallo aperto:

$$1 .. \infty$$



[ >