

Esempi di studio automatizzato di funzioni razionali

Autore: Claudio Marsan

Ultima revisione: 16 marzo 2003

Versione: Maple V Release 6.02 for Windows 2000

> **restart:**

Lettura del file che contiene la procedura per lo studio automatico di funzioni razionali:

> **read(`i:/maple_6/Studio_di_funzioni/studfunc.mpl6`);**

- Esempio 1

```
> f := x -> x^3 - 3*x;
```

$$f := x \rightarrow x^3 - 3x$$

```
> studio_funzione_razionale(f, x, -5, 5, -20, 20);
```

```
Warning, the name changecoords has been redefined
```

```
`-----`  
`Il dominio della funzione e' l'insieme dei numeri reali`  
`-----`
```

```
`Zeri della funzione:`
```

$$\{-1.732050808, 1.732050808, 0.\}$$

```
`-----`  
`Ordinata all'origine:`
```

$$0$$

```
`-----`  
`La funzione non e' pari`
```

```
`La funzione e' dispari`  
`-----`
```

```
`La funzione e' negativa nell'intervallo aperto:`
```

$$-\infty .. -1.732050808$$

```
`La funzione e' positiva nell'intervallo aperto:`
```

$$-1.732050808 .. 0.$$

```
`La funzione e' negativa nell'intervallo aperto:`
```

$$0 .. 1.732050808$$

```
`La funzione e' positiva nell'intervallo aperto:`
```

$$1.732050808 .. \infty$$

```
`-----`  
`Non ci sono asintoti verticali`  
`-----`
```

```
`Non ci sono asintoti orizzontali`  
`-----`
```

```
`Non ci sono asintoti obliqui`  
`-----`
```

```
`La derivata prima della funzione:`
```

$$3(x-1)(x+1)$$

```
`-----`  
`La derivata seconda della funzione:`
```

$$6x$$

```
NULL  
`-----`
```

```
`Punti critici:`
```

$[-1., 2.], [1., -2.]$

Massimo locale in:

$[-1., 2.]$

Minimo locale in:

$[1., -2.]$

La funzione e' crescente nell'intervallo aperto:

$-\infty .. -1.$

La funzione e' decrescente nell'intervallo aperto:

$-1 .. 1.$

La funzione e' crescente nell'intervallo aperto:

$1 .. \infty$

Flessi obliqui:

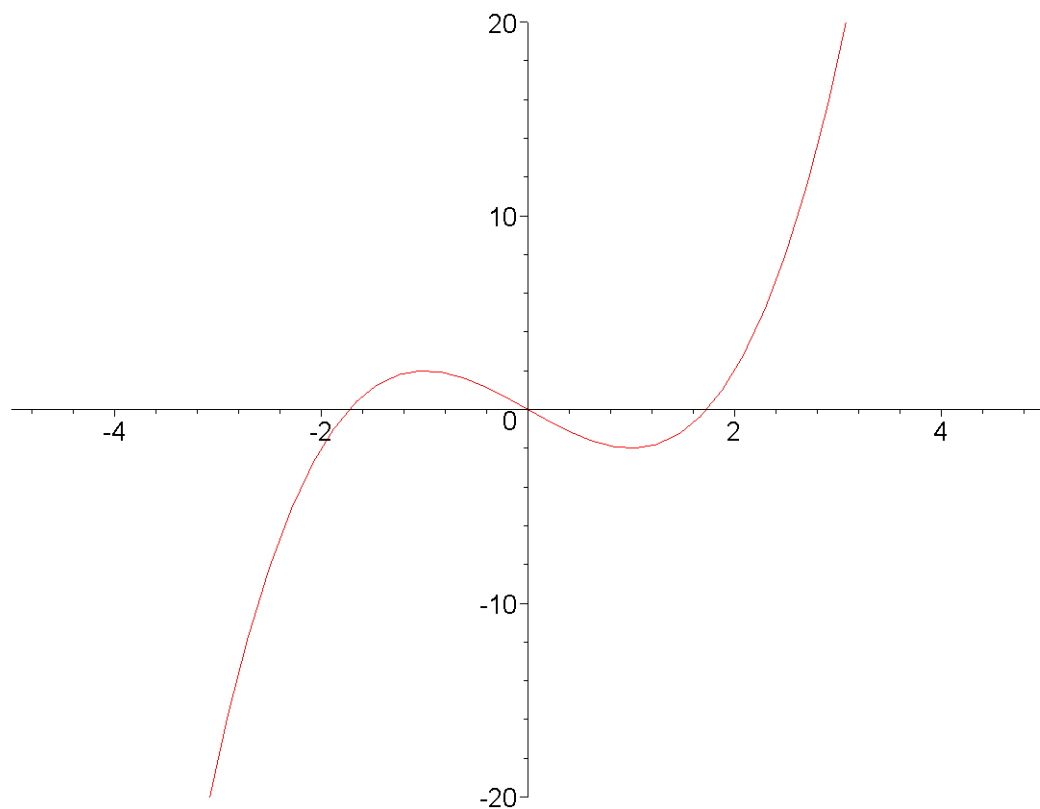
$[0., 0.]$

La funzione e' concava nell'intervallo aperto:

$-\infty .. 0.$

La funzione e' convessa nell'intervallo aperto:

$0 .. \infty$



- Esempio 2

```
> g := x -> 2*x/(1 + x^2);
```

$$g := x \rightarrow 2 \frac{x}{1+x^2}$$

```
> studio_funzione_razionale(g, x, -15, 15, -1.25, 1.25);
```

```

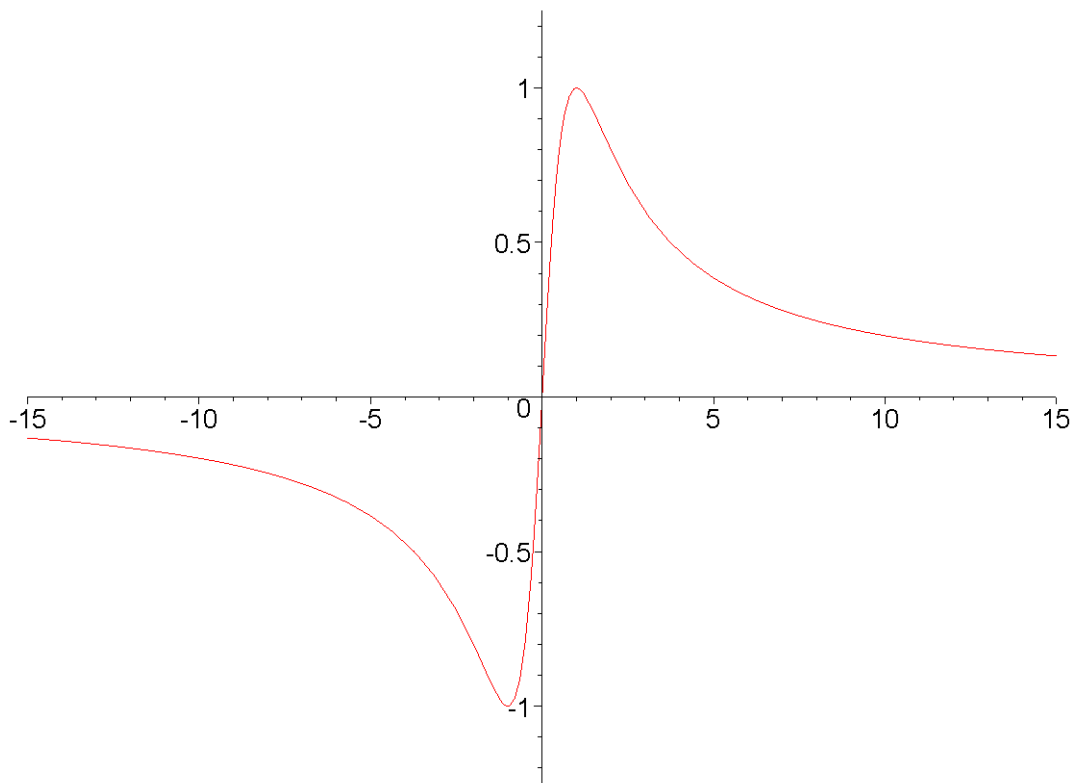
-----
`Il dominio della funzione e' l'insieme dei numeri reali`
-----
`Zeri della funzione:`
                                {0.}
-----
`Ordinata all'origine:`
                                0
-----
`La funzione non e' pari`
`La funzione e' dispari`
-----
`La funzione e' negativa nell'intervallo aperto:`
                                 $-\infty .. 0.$ 
`La funzione e' positiva nell'intervallo aperto:`
                                 $0. ... \infty$ 
-----
`Non ci sono asintoti verticali`
-----
`Asintoto orizzontale:`
                                 $y = 0$ 
-----
`Non ci sono asintoti obliqui`
-----
`La derivata prima della funzione:`
                                 $-2 \frac{(x-1)(x+1)}{(x^2+1)^2}$ 
-----
`La derivata seconda della funzione:`
                                 $4 \frac{x(x^2-3)}{(x^2+1)^3}$ 
NULL
-----
`Punti critici:`
                                [-1., -1.000000000], [1., 1.000000000]
-----
`Minimo locale in:`
                                [-1., -1.000000000]
`Massimo locale in:`
                                [1., 1.000000000]
-----
`La funzione e' decrescente nell'intervallo aperto:`
                                 $-\infty .. -1.$ 
`La funzione e' crescente nell'intervallo aperto:`
                                 $-1. ... 1.$ 
`La funzione e' decrescente nell'intervallo aperto:`
                                 $1. ... \infty$ 
-----
`Flessi obliqui:`
                                [-1.732050808, -.8660254038], [0., 0.], [1.732050808, .8660254038]
-----
`La funzione e' concava nell'intervallo aperto:`

```

```

-∞ .. -1.732050808
`La funzione e' convessa nell'intervallo aperto:`
-1.732050808 .. 0.
`La funzione e' concava nell'intervallo aperto:`
0 .. 1.732050808
`La funzione e' convessa nell'intervallo aperto:`
1.732050808 .. ∞

```



- Esempio 3

```
> h := x -> x/(x^2 - 3);
```

$$h := x \rightarrow \frac{x}{x^2 - 3}$$

```
> studio_funzione_razionale(h, x, -15, 15, -2, 2);
```

```
`Punti estranei al dominio della funzione:`
```

```
{-1.732050808, 1.732050808}
```

```
`Zeri della funzione:`
```

```
{0.}
```

```
`Ordinata all'origine:`
```

```
0
```

```
`La funzione non e' pari`
```

```
`La funzione e' dispari`
```

```
`La funzione e' negativa nell'intervallo aperto:`
```

```
-∞ .. -1.732050808
```

La funzione e' positiva nell'intervallo aperto:

$$-1.732050808 .. 0.$$

La funzione e' negativa nell'intervallo aperto:

$$0 .. 1.732050808$$

La funzione e' positiva nell'intervallo aperto:

$$1.732050808 .. \infty$$

Asintoti verticali:

$$x = -1.732050808$$

NULL

$$x = 1.732050808$$

NULL

Asintoto orizzontale:

$$y = 0$$

Non ci sono asintoti obliqui

La derivata prima della funzione:

$$-\frac{x^2 + 3}{(x^2 - 3)^2}$$

La derivata seconda della funzione:

$$2 \frac{x(x^2 + 9)}{(x^2 - 3)^3}$$

NULL

Non ci sono punti critici

La funzione e' decrescente nell'intervallo aperto:

$$-\infty .. -1.732050808$$

La funzione e' decrescente nell'intervallo aperto:

$$-1.732050808 .. 1.732050808$$

La funzione e' decrescente nell'intervallo aperto:

$$1.732050808 .. \infty$$

Flessi obliqui:

$$[0., -0.]$$

La funzione e' concava nell'intervallo aperto:

$$-\infty .. -1.732050808$$

La funzione e' convessa nell'intervallo aperto:

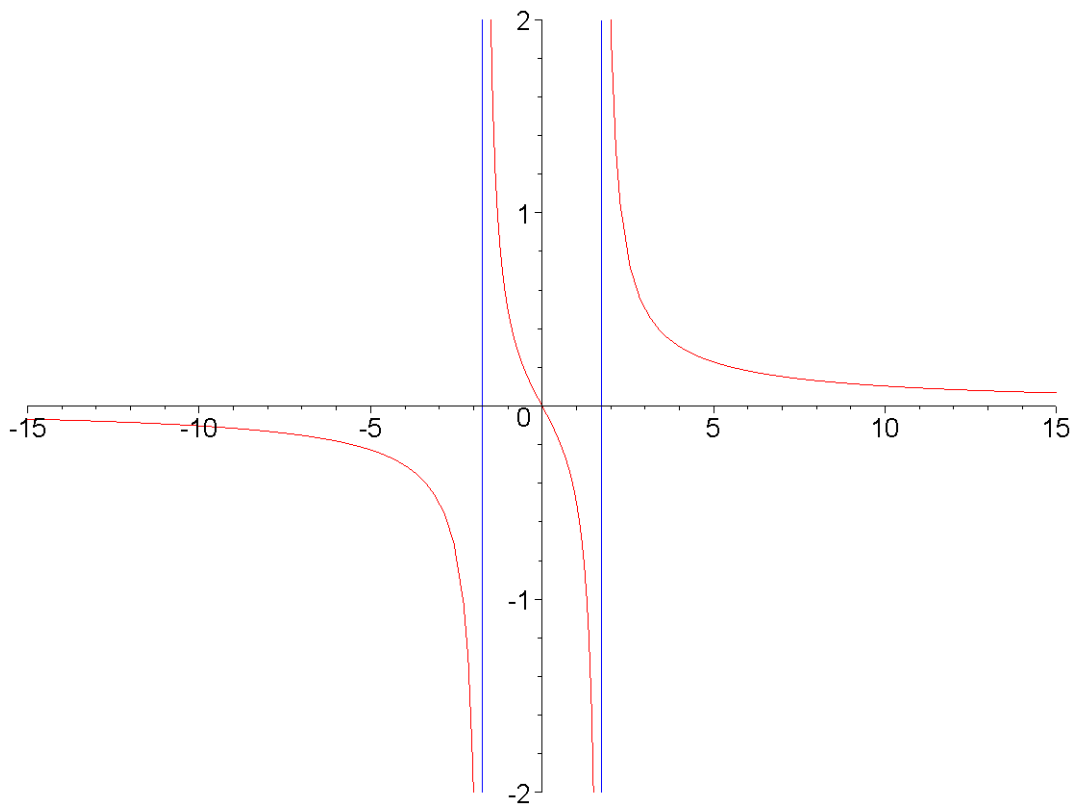
$$-1.732050808 .. 0.$$

La funzione e' concava nell'intervallo aperto:

$$0 .. 1.732050808$$

La funzione e' convessa nell'intervallo aperto:

$$1.732050808 .. \infty$$



- Esempio 4

```
> k := x -> (x^3 + 2)/(x^2 - 1);
```

$$k := x \rightarrow \frac{x^3 + 2}{x^2 - 1}$$

```
> studio_funzione_razionale(k, x, -5, 5, -25, 25);
```

```
`Punti estranei al dominio della funzione: `
```

```
{ 1., -1.000000000 }
```

```
`Zeri della funzione:`
```

```
{ -1.259921050 }
```

```
`Ordinata all'origine:`
```

```
-2
```

```
`La funzione non e' pari`
```

```
`La funzione non e' dispari`
```

```
`La funzione e' negativa nell'intervallo aperto:`
```

```
 $-\infty \dots -1.259921050$ 
```

```
`La funzione e' positiva nell'intervallo aperto:`
```

```
 $-1.259921050 \dots -1.000000000$ 
```

```
`La funzione e' negativa nell'intervallo aperto:`
```

```
 $-1.000000000 \dots 1.$ 
```

```
`La funzione e' positiva nell'intervallo aperto:`
```

```
 $1. \dots \infty$ 
```

```
`Asintoti verticali: `
```

$$x = 1.$$

NULL

$$x = -1.000000000$$

NULL

-----`
`Non ci sono asintoti orizzontali`
-----`

Asintoto obliquo:`

$$y = x$$

-----`
`La derivata prima della funzione:`

$$\frac{x(x^3 - 3x - 4)}{(x-1)^2(x+1)^2}$$

-----`
`La derivata seconda della funzione:`

$$2 \frac{x^3 + 3x + 6x^2 + 2}{(x-1)^3(x+1)^3}$$

NULL

-----`
`Punti critici:`

$$[0., -2.000000000], [2.195823345, 3.293735019]$$

-----`
`Massimo locale in:`

$$[0., -2.000000000]$$

-----`
`Minimo locale in:`

$$[2.195823345, 3.293735019]$$

-----`
`La funzione e' crescente nell'intervallo aperto:`

$$-\infty .. -1.000000000$$

-----`
`La funzione e' crescente nell'intervallo aperto:`

$$-1.000000000 .. 0.$$

-----`
`La funzione e' decrescente nell'intervallo aperto:`

$$0. .. 1.$$

-----`
`La funzione e' decrescente nell'intervallo aperto:`

$$1. .. 2.195823345$$

-----`
`La funzione e' crescente nell'intervallo aperto:`

$$2.195823345 .. \infty$$

-----`
`Flessi obliqui:`

$$[-5.522333393, -5.641750044]$$

-----`
`La funzione e' concava nell'intervallo aperto:`

$$-\infty .. -5.522333393$$

-----`
`La funzione e' convessa nell'intervallo aperto:`

$$-5.522333393 .. -1.000000000$$

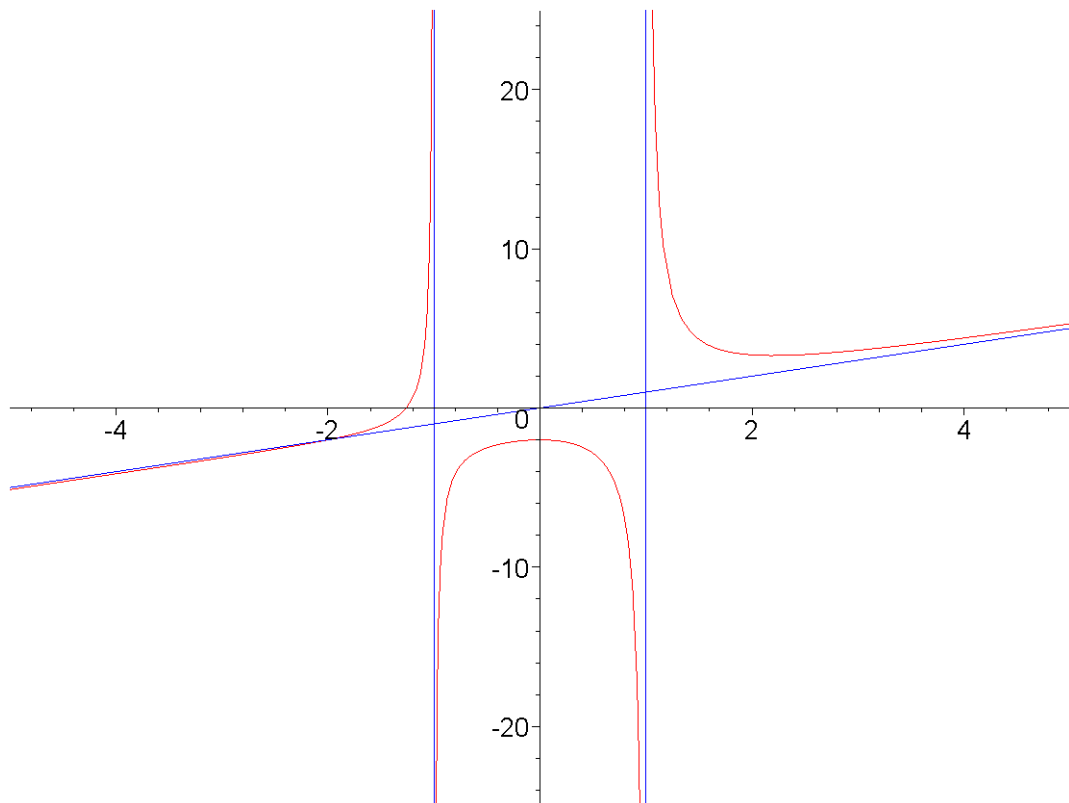
-----`
`La funzione e' concava nell'intervallo aperto:`

$$-1.000000000 .. 1.$$

-----`
`La funzione e' convessa nell'intervallo aperto:`

$$1. .. \infty$$

-----`



- Esempio 5

```
> l := x -> 9*x^2/(x^2 - 16);
```

$$l := x \rightarrow 9 \frac{x^2}{x^2 - 16}$$

```
> studio_funzione_razionale(l, x, -15, 15, -20, 40);
```

```
`Punti estranei al dominio della funzione: `
```

```
{-4.000000000, 4.000000000 }
```

```
`Zeri della funzione:`
```

```
{0.}
```

```
`Ordinata all'origine:`
```

```
0
```

```
`La funzione e' pari`
```

```
`La funzione non e' dispari`
```

```
`La funzione e' positiva nell'intervallo aperto:`
```

```
 $-\infty \dots -4.000000000$ 
```

```
`La funzione e' negativa nell'intervallo aperto:`
```

```
 $-4.000000000 \dots 0.$ 
```

```
`La funzione e' negativa nell'intervallo aperto:`
```

```
 $0 \dots 4.000000000$ 
```

```
`La funzione e' positiva nell'intervallo aperto:`
```

```
 $4.000000000 \dots \infty$ 
```

```
`Asintoti verticali: `
```

$$x = -4.000000000$$

NULL

$$x = 4.000000000$$

NULL

`Asintoto orizzontale:`

$$y = 9$$

`Non ci sono asintoti obliqui`

`La derivata prima della funzione:`

$$-288 \frac{x}{(x-4)^2 (x+4)^2}$$

`La derivata seconda della funzione:`

$$288 \frac{3x^2 + 16}{(x-4)^3 (x+4)^3}$$

NULL

`Punti critici:`

$$[0., -0.]$$

`Massimo locale in:`

$$[0., -0.]$$

`La funzione e' crescente nell'intervallo aperto:`

$$-\infty .. -4.000000000$$

`La funzione e' crescente nell'intervallo aperto:`

$$-4.000000000 .. 0.$$

`La funzione e' decrescente nell'intervallo aperto:`

$$0. .. 4.000000000$$

`La funzione e' decrescente nell'intervallo aperto:`

$$4.000000000 .. \infty$$

`Non ci sono flessi obliqui`

`La funzione e' convessa nell'intervallo aperto:`

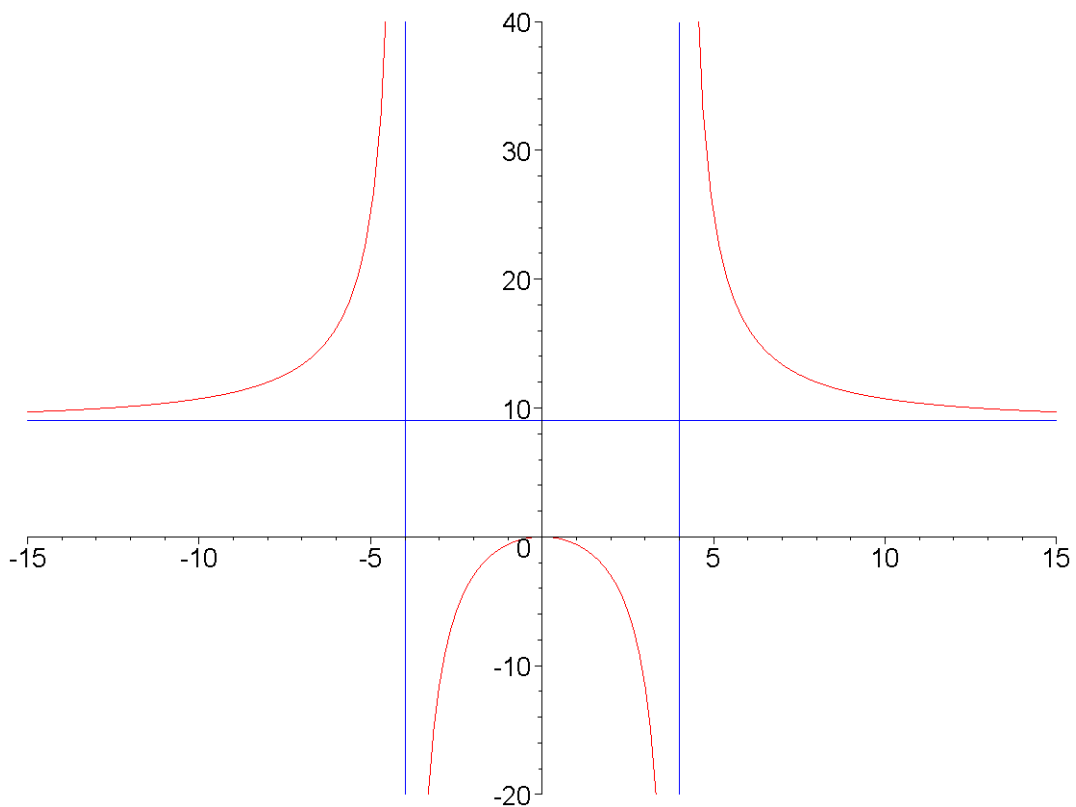
$$-\infty .. -4.000000000$$

`La funzione e' concava nell'intervallo aperto:`

$$-4.000000000 .. 4.000000000$$

`La funzione e' convessa nell'intervallo aperto:`

$$4.000000000 .. \infty$$



- Esempio 6

```
> m := x -> (x + 3)^3 / (x + 2)^2;
```

$$m := x \rightarrow \frac{(x+3)^3}{(x+2)^2}$$

```
> studio_funzione_razionale(m, x, -10, 10, -5, 20);
```

```
`Punti estranei al dominio della funzione: `
```

```
{-2.}
```

```
`Zeri della funzione:`
```

```
{-3.}
```

```
`Ordinata all'origine:`
```

$$\frac{27}{4}$$

```
`La funzione non e' pari`
```

```
`La funzione non e' dispari`
```

```
`La funzione e' negativa nell'intervallo aperto:`
```

```
 $-\infty \dots -3.$ 
```

```
`La funzione e' positiva nell'intervallo aperto:`
```

```
 $-3 \dots -2.$ 
```

```
`La funzione e' positiva nell'intervallo aperto:`
```

```
 $-2 \dots \infty$ 
```

```
`Asintoti verticali: `
```

$$x = -2.$$

NULL

Non ci sono asintoti orizzontali

Asintoto obliquo:

$$y = x + 5$$

La derivata prima della funzione:

$$\frac{(x+3)^2 x}{(x+2)^3}$$

La derivata seconda della funzione:

$$6 \frac{x+3}{(x+2)^4}$$

NULL

Punti critici:

$$[-3., 0.], [0., 6.750000000]$$

Flesso orizzontale in:

$$[-3., 0.]$$

Minimo locale in:

$$[0., 6.750000000]$$

La funzione e' crescente nell'intervallo aperto:

$$-\infty \dots -3.$$

La funzione e' crescente nell'intervallo aperto:

$$-3. \dots -2.$$

La funzione e' decrescente nell'intervallo aperto:

$$-2. \dots 0.$$

La funzione e' crescente nell'intervallo aperto:

$$0. \dots \infty$$

Non ci sono flessi obliqui

La funzione e' concava nell'intervallo aperto:

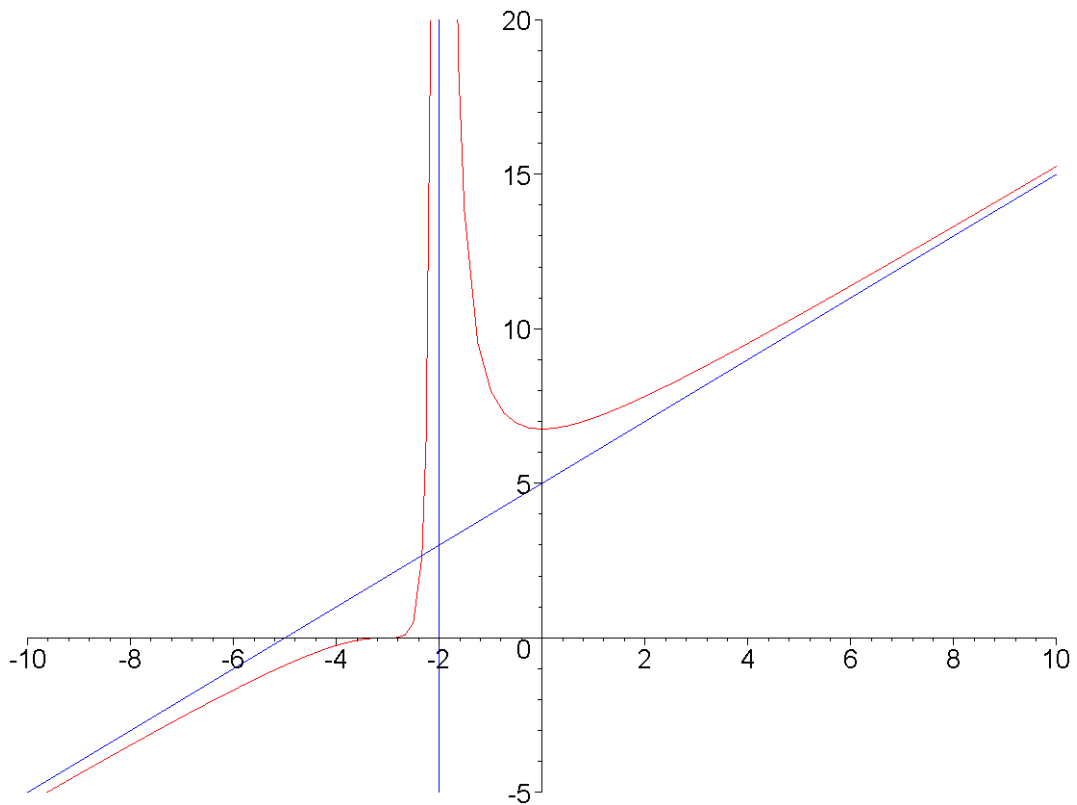
$$-\infty \dots -3.$$

La funzione e' convessa nell'intervallo aperto:

$$-3. \dots -2.$$

La funzione e' convessa nell'intervallo aperto:

$$-2. \dots \infty$$



- Esempio 7

```
> n := x -> x + 1/x;
```

$$n := x \rightarrow x + \frac{1}{x}$$

```
> studio_funzione_razionale(n, x, -10, 10, -10, 10);
```

```
Warning, the name changecoords has been redefined
```

```
-----`
`Punti estranei al dominio della funzione: `
                {0.}
-----`
`La funzione non ha zeri reali`
-----`
`Il grafico della funzione non interseca l'asse y`
-----`
`La funzione non e' pari`
`La funzione e' dispari`
-----`
`La funzione e' negativa nell'intervallo aperto:`
                -∞ .. 0.
`La funzione e' positiva nell'intervallo aperto:`
                0 .. ∞
-----`
`Asintoti verticali: `
                x = 0.
NULL
-----`
`Non ci sono asintoti orizzontali`
-----`
`Asintoto obliquo:`
```

$$y = x$$

-----`
`La derivata prima della funzione:`

$$\frac{(x-1)(x+1)}{x^2}$$

-----`
`La derivata seconda della funzione:`

$$2\frac{1}{x^3}$$

NULL

-----`
`Punti critici:`

$$[-1., -2.000000000], [1., 2.000000000]$$

-----`
`Massimo locale in:`

$$[-1., -2.000000000]$$

`Minimo locale in:`

$$[1., 2.000000000]$$

-----`
`La funzione e' crescente nell'intervallo aperto:`

$$-\infty .. -1.$$

`La funzione e' decrescente nell'intervallo aperto:`

$$-1 .. 0.$$

`La funzione e' decrescente nell'intervallo aperto:`

$$0 .. 1.$$

`La funzione e' crescente nell'intervallo aperto:`

$$1 .. \infty$$

-----`
`Non ci sono flessi obliqui`
-----`

`La funzione e' concava nell'intervallo aperto:`

$$-\infty .. 0.$$

`La funzione e' convessa nell'intervallo aperto:`

$$0 .. \infty$$

-----`

