

Ortocentro di un triangolo

Autore: Claudio Marsan

Ultima revisione: 17 marzo 2003

Versione: Maple V Release 6.02 for Windows 2000

Le altezze di un triangolo si intersecano in un punto, detto ortocentro.

```
> restart: with(linalg):
```

```
Warning, the protected names norm and trace have been redefined and unprotected
```

I vertici A, B, C di un triangolo nel piano cartesiano:

```
> A := vector(2); B := vector(2); C := vector(2);
```

```
A := array(1 .. 2, [ ])
```

```
B := array(1 .. 2, [ ])
```

```
C := array(1 .. 2, [ ])
```

Le coordinate di un punto corrente P nel piano cartesiano:

```
> P := vector(2, [x, y]);
```

```
P := [x, y]
```

Equazione dell'altezza passante per il vertice A:

```
> hA := innerprod(P-A, B-C) = 0;
```

$$hA := x B_1 - x C_1 - A_1 B_1 + A_1 C_1 + y B_2 - y C_2 - A_2 B_2 + A_2 C_2 = 0$$

Equazione dell'altezza passante per il vertice B:

```
> hB := innerprod(P-B, C-A) = 0;
```

$$hB := x C_1 - x A_1 - B_1 C_1 + A_1 B_1 + y C_2 - y A_2 - B_2 C_2 + A_2 B_2 = 0$$

Equazione dell'altezza passante per il vertice C:

```
> hC := innerprod(P-C, A-B) = 0;
```

$$hC := x A_1 - x B_1 - A_1 C_1 + B_1 C_1 + y A_2 - y B_2 - A_2 C_2 + B_2 C_2 = 0$$

M punto di intersezione di hA e hB:

```
> solve({hA, hB}, {x, y}): assign(%): M := vector(2, [x, y]);
```

```
> x := 'x': y := 'y':
```

$$M := \left[\frac{-(B_1 C_1 B_2 - B_1 A_1 B_2 + B_1 A_1 A_2 - C_1 C_2 B_1 + A_2^2 B_2 + A_1 C_1 C_2 - A_1 A_2 C_1 + B_2^2 C_2 + A_2 C_2^2 - A_2 B_2^2 - B_2 C_2^2 - A_2^2 C_2)}{(C_2 B_1 - A_2 B_1 + A_2 C_1 - C_1 B_2 + A_1 B_2 - A_1 C_2)}, \left(B_1^2 C_1 - B_1 C_1^2 - A_1 B_1^2 + A_1 A_2 B_2 - A_1 A_2 C_2 + B_2 C_2 B_1 - B_2 C_2 C_1 - A_2 B_2 B_1 + A_1 C_1^2 + C_1 A_2 C_2 + A_1^2 B_1 - A_1^2 C_1 \right) / (C_2 B_1 - A_2 B_1 + A_2 C_1 - C_1 B_2 + A_1 B_2 - A_1 C_2) \right]$$

N punto di intersezione di hA e hC:

```
> solve({hA, hC}, {x, y}): assign(%): N := vector(2, [x, y]);
```

```
> x := 'x': y := 'y':
```

$$N := \left[\frac{-(B_1 C_1 B_2 - B_1 A_1 B_2 + B_1 A_1 A_2 - C_1 C_2 B_1 + A_2^2 B_2 + A_1 C_1 C_2 - A_1 A_2 C_1 + B_2^2 C_2 + A_2 C_2^2 - A_2 B_2^2 - B_2 C_2^2 - A_2^2 C_2)}{(C_2 B_1 - A_2 B_1 + A_2 C_1 - C_1 B_2 + A_1 B_2 - A_1 C_2)}, \left(B_1^2 C_1 - B_1 C_1^2 - A_1 B_1^2 + A_1 A_2 B_2 - A_1 A_2 C_2 + B_2 C_2 B_1 - B_2 C_2 C_1 - A_2 B_2 B_1 + A_1 C_1^2 \right) / (C_2 B_1 - A_2 B_1 + A_2 C_1 - C_1 B_2 + A_1 B_2 - A_1 C_2) \right]$$

$$+ C_1 A_2 C_2 + A_1^2 B_1 - A_1^2 C_1) / (C_2 B_1 - A_2 B_1 + A_2 C_1 - C_1 B_2 + A_1 B_2 - A_1 C_2)]$$

M e N sono congruenti se il vettore MN è il vettore nullo:

> **evalm(M-N);**

[0, 0]

Ascissa dell'ortocentro:

> **sort(M[1]);**

$$-(A_1 A_2 B_1 - A_1 A_2 C_1 - A_1 B_1 B_2 + A_1 C_1 C_2 + A_2^2 B_2 - A_2^2 C_2 - A_2 B_2^2 + A_2 C_2^2 + B_1 B_2 C_1 - B_1 C_1 C_2 + B_2^2 C_2 - B_2 C_2^2) / (A_1 B_2 - A_1 C_2 - A_2 B_1 + A_2 C_1 + B_1 C_2 - B_2 C_1)$$

Ordinata dell'ortocentro:

> **sort(M[2]);**

$$(A_1^2 B_1 - A_1^2 C_1 + A_1 A_2 B_2 - A_1 A_2 C_2 - A_1 B_1^2 + A_1 C_1^2 - A_2 B_1 B_2 + A_2 C_1 C_2 + B_1^2 C_1 + B_1 B_2 C_2 - B_1 C_1^2 - B_2 C_1 C_2) / (A_1 B_2 - A_1 C_2 - A_2 B_1 + A_2 C_1 + B_1 C_2 - B_2 C_1)$$

> **simplify(%);**

$$(A_1^2 B_1 - A_1^2 C_1 + A_1 A_2 B_2 - A_1 A_2 C_2 - A_1 B_1^2 + A_1 C_1^2 - A_2 B_1 B_2 + A_2 C_2 C_1 + B_1^2 C_1 + B_1 B_2 C_2 - B_1 C_1^2 - B_2 C_2 C_1) / (A_1 B_2 - A_1 C_2 - A_2 B_1 + A_2 C_1 + B_1 C_2 - B_2 C_1)$$