Metodo di Simpson

Note

Autore

Claudio Marsan
Liceo Cantonale di Mendrisio
Via Agostino Maspoli
CH-6850 Mendrisio (Switzerland)
e-mail: claudio.marsan@liceomendrisio.ch

Versione

Versione 2.0, 16 marzo 2003
Maple V Release 6.02 for Windows 2000

Si sostituisce la funzione *f(x)* con una parabola (o eventualmente una retta) di equazione *y = p(x)* passante per i punti *(x0-h, f(x0-h)), (x0, f(x0))* e *(x0+h, f(x0+h))*. L'integrale $\int_{x0-h}^{x0+h} f(x)\,dx$ è allora approssimato dall'integrale $P = \int_{x0-h}^{x0+h} p(x)\,dx$.

```
> restart:
```

La parabola che approssima *f(x)*. Sono da determinare i coefficienti *a, b, c*.

```
> p := x -> a*x^2 + b*x + c;
```

$$p := x \to a\,x^2 + b\,x + c$$

Le equazioni da risolvere per determinare i coefficienti *a, b, c*.

```
> eq1 := y0 = p(x0-h);
  eq2 := y1 = p(x0);
  eq3 := y2 = p(x0 + h);
```

$$eq1 := y0 = a\,(x0-h)^2 + b\,(x0-h) + c$$

$$eq2 := y1 = a\,x0^2 + b\,x0 + c$$

$$eq3 := y2 = a\,(x0+h)^2 + b\,(x0+h) + c$$

```
> solve({eq1, eq2, eq3}, {a, b, c});
```

$$\{a = \frac{1}{2}\frac{y2 - 2\,y1 + y0}{h^2},\ b = -\frac{1}{2}\frac{2\,x0\,y2 - 4\,x0\,y1 + 2\,x0\,y0 - h\,y2 + y0\,h}{h^2},$$

$$c = \frac{1}{2}\frac{2\,y1\,h^2 + x0^2\,y2 - 2\,x0^2\,y1 + x0^2\,y0 - x0\,h\,y2 + x0\,y0\,h}{h^2}\}$$

```
> assign(%);
```

I coefficienti *a, b, c:*

```
> 'a' = simplify(a);
  'b' = simplify(b);
  'c' = simplify(c);
```

$$a = \frac{1}{2} \frac{y2 - 2\, y1 + y0}{h^2}$$

$$b = -\frac{1}{2} \frac{2\, x0\, y2 - 4\, x0\, y1 + 2\, x0\, y0 - h\, y2 + y0\, h}{h^2}$$

$$c = \frac{1}{2} \frac{2\, y1\, h^2 + x0^2\, y2 - 2\, x0^2\, y1 + x0^2\, y0 - x0\, h\, y2 + x0\, y0\, h}{h^2}$$

L'integrale da calcolare:

```
> integrate(p(x), x=x0-h..x0+h);
```

$$\frac{1}{6} \frac{(y2 - 2\, y1 + y0)\,((x0 + h)^3 - (x0 - h)^3)}{h^2}$$
$$- \frac{1}{4} \frac{(2\, x0\, y2 - 4\, x0\, y1 + 2\, x0\, y0 - h\, y2 + y0\, h)\,((x0 + h)^2 - (x0 - h)^2)}{h^2}$$
$$+ \frac{2\, y1\, h^2 + x0^2\, y2 - 2\, x0^2\, y1 + x0^2\, y0 - x0\, h\, y2 + x0\, y0\, h}{h}$$

La formula di Simpson:

```
> simplify(%);
```

$$\frac{1}{3} h\,(y2 + 4\, y1 + y0)$$