

La cicloide

Autore: Claudio Marsan

Ultima revisione: 16 marzo 2003

Versione: Maple V Release 36.02 for Windows 2000

```
> restart: with(linalg):
```

```
Warning, the protected names norm and trace have been redefined and unprotected
```

Consideriamo una ruota di raggio R e centro $C(0,R)$ che ruota su un piano orizzontale secondo la direzione positiva dell'asse x . È chiaro che C si muove lungo una linea retta. Come si muove un punto P che si trova sulla circonferenza della ruota? La curva tracciata dal punto P è detta cicloide. Nel seguito vogliamo determinare l'equazione della cicloide.

```
> C := matrix(2,1,[0,R]); P := matrix(2,1,[0,0]);
```

$$C := \begin{bmatrix} 0 \\ R \end{bmatrix}$$

$$P := \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Ricordiamo che la matrice che descrive una rotazione di centro $O(0,0)$ e angolo α in senso orario è data da:

```
> rot := alpha -> matrix(2,2,[[cos(alpha),  
sin(alpha)],[-sin(alpha), cos(alpha)]]): rot(alpha);
```

$$\begin{bmatrix} \cos(\alpha) & \sin(\alpha) \\ -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{bmatrix}$$

Se la circonferenza ruota di α radianti allora l'ascissa del centro della circonferenza diventerà $R*\alpha$, poiché tale è la lunghezza dell'arco sotteso da un angolo al centro di α radianti. Il moto della circonferenza può dunque essere scomposto in una somma di un moto circolare e di un moto rettilineo.

Moto circolare:

```
> mc := C + rot(t) &* ( P - C): evalm(mc);
```

$$\begin{bmatrix} -\sin(t) R \\ R - \cos(t) R \end{bmatrix}$$

Moto rettilineo:

```
> mr := R*[[t],[0]]: evalm(mr);
```

$$\begin{bmatrix} R t \\ 0 \end{bmatrix}$$

Moto:

```
> mc + mr: evalm(%);
```

$$\begin{bmatrix} -\sin(t) R + R t \\ R - \cos(t) R \end{bmatrix}$$

L'equazione parametrica della cicloide è dunque data da:

```
> cicloide := t -> -R*sin(t) + R*t, R-R*cos(t);
```

$$cicloide := t \rightarrow -R \sin(t) + R t, R - \cos(t) R$$

Il grafico della cicloide nel caso particolare $R=1$

```
> R:=1:  
plot([cicloide(t),t=0..2*Pi],scaling=constrained, color=red);
```

